



SISTEMA DE EJERCICIOS COMO HERRAMIENTA PARA OPTIMIZAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

SYSTEM OF EXERCISES AS A TOOL TO OPTIMIZE THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS IN THE RESOLUTION OF EQUATIONS

Luis Armando Arteaga Solorzano ^{1*}

¹ Escuela Coronel Ramón Valdés Cervantes del Distrito de Educación de Quinindé. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-4427-3893>. Correo: luisartega84@hotmail.com

Mayra Lorena Intriago Navarrete ²

² Docente, Unidad Educativa Dr. Wilfrido Looz Moreira. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-1096-4196>. Correo: mlorena2205@hotmail.com

Rubén Aníbal Paz Rodríguez ³

³ Unidad Educativa Miguel Riofrío del distrito de educación de la Concordia. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-0326-4487>. Correo: rubenpazrodriguez@hotmail.com

Sandra Dolores Delgado Saltos ⁴

⁴ Docente de la Unidad Educativa Fiscal Cayetano Cedeño. Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-2577-4832>. Correo: lolydesa@hotmail.com

*** Autor para correspondencia:** luisartega84@hotmail.com

Resumen

El estudio de la resolución de ecuaciones matemáticas es crucial para el desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes, siendo un desafío persistente en el ámbito educativo. El objetivo de esta investigación fue diseñar un sistema de ejercicios que optimice el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, mejorando el rendimiento estudiantil en la resolución de ecuaciones. Se empleó un enfoque mixto, un tipo de investigación no experimental con diseño descriptivo- transversal. La muestra estuvo constituida por 30 estudiantes y se emplearon instrumentos como: entrevista aplicada a docentes de matemática y directivos; encuesta y pruebas pedagógicas aplicadas a los estudiantes y una guía de observación y de revisión



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo (CC-BY-NC-SA).

Sociedad Ecuatoriana de Investigación Científica. E-mail: revistaalcon@gmail.com

documental que permitieron en el primer caso, observar el proceso de enseñanza de la matemática y en el segundo revisar documentos propios del nivel de enseñanza bachillerato. Para la validación de la propuesta de sistema de ejercicios se empleó el método Delphi, con expertos en educación matemática. Los principales hallazgos muestran que un 66.6% de los estudiantes tiene dificultades significativas en la identificación de ecuaciones y un 83.3% presenta problemas en la introducción y eliminación de signos de agrupación, así como en la reducción de términos semejantes. Además, el 90% de los estudiantes no realiza la comprobación de las soluciones, lo que demuestra carencias fundamentales en el proceso de resolución. Existen deficiencias significativas en el proceso de resolución de ecuaciones por parte de los estudiantes, lo que resalta la necesidad de implementar el sistema de ejercicios para mejorar la comprensión de este contenido y a su vez el desempeño de los estudiantes.

Palabras clave: ecuaciones; resolución; razonamiento; rendimiento académico

Abstract

The study of solving mathematical equations is crucial for the development of logical thinking in students, being a persistent challenge in the educational field. The objective of this research was to design a system of exercises that optimizes the teaching-learning process of mathematics, improving student performance in solving equations. A mixed approach was used, a type of non-experimental research with a descriptive-cross-sectional design. The sample consisted of 30 students and instruments were used such as: interviews applied to mathematics teachers and managers; survey and pedagogical tests applied to the students and an observation and documentary review guide that allowed, in the first case, to observe the mathematics teaching process and in the second to review documents specific to the high school teaching level. To validate the proposed exercise system, the Delphi method was used, with experts in mathematics education. The main findings show that 66.6% of students have significant difficulties in identifying equations and 83.3% present problems in introducing and eliminating grouping signs, as well as in reducing similar terms. Furthermore, 90% of students do not check the solutions, which demonstrates fundamental deficiencies in the resolution process. There are significant deficiencies in the process of solving equations by students, which highlights the need to implement the exercise system to improve the understanding of this content and in turn the performance of the students.

Keywords: equations; solving; reasoning; academic performance

Fecha de recibido: 26/08/2024

Fecha de aceptado: 21/10/2024

Fecha de publicado: 31/10/2024



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo (CC-BY-NC-SA).

Sociedad Ecuatoriana de Investigación Científica. E-mail: revistaalcon@gmail.com

Introducción

Las nuevas generaciones se desarrollan dentro de una dinámica influenciada por las relaciones económicas, sociales, políticas y culturales, tanto en el ámbito nacional como internacional. En este contexto, la educación se concibe como un proceso social complejo y de carácter histórico que permite la transmisión y apropiación del legado cultural acumulado por la humanidad. A medida que estos contenidos culturales se vuelven más complejos, es imprescindible que cambien las formas de enseñarlos y aprenderlos, lo que plantea la necesidad de una transformación educativa.

La educación debe tener un enfoque desarrollador, práctico y orientado a la vida, donde el individuo asuma un papel activo en su propio aprendizaje. Es fundamental que exista una coherencia entre los conocimientos adquiridos, el desarrollo del pensamiento creativo y la responsabilidad de transformar el entorno natural y social. Además, la educación debe fomentar valores morales positivos en los estudiantes, preparando a las nuevas generaciones para enfrentar los desafíos del mundo moderno.

En el contexto educativo actual, la matemática ha cobrado una relevancia creciente en casi todos los ámbitos sociales. Esta disciplina no solo permite modelar procesos teóricos, sino que también ofrece un método poderoso para el estudio de fenómenos tanto naturales como sociales. La matemática se ha consolidado como una herramienta esencial para revelar las leyes que rigen distintos campos del conocimiento, y su presencia en el currículo de la educación media superior refuerza su papel central en la formación académica de los estudiantes.

A nivel internacional, los programas de matemática han sido objeto de constantes actualizaciones para fortalecer su papel en el desarrollo del pensamiento lógico. Las actividades cognitivas como el análisis, la comparación, la abstracción y la generalización han ganado relevancia en los procesos de enseñanza. Ortiz (2012) plantea que es necesario implementar nuevas estrategias de aprendizaje, ya que los métodos tradicionales no siempre logran el rendimiento esperado, lo que genera insatisfacción entre los estudiantes y docentes.

Pedraza et al. (2017) destacaron en un estudio realizado en Manabí, Ecuador, que muchos estudiantes enfrentan dificultades con la competencia de razonamiento numérico, lo que repercute negativamente en su desempeño en el examen nacional de acceso a la educación superior (ENES). Esta tendencia ha persistido, afectando las aspiraciones de muchos jóvenes de continuar sus estudios superiores. Las dificultades en la resolución de ecuaciones son particularmente preocupantes, ya que este es un contenido central para los exámenes de ingreso.

El estado actual del aprendizaje de las matemáticas sigue siendo una preocupación para diversos actores educativos, incluidos padres, directores y los propios estudiantes. La baja calidad de los resultados en los exámenes y el alto nivel de reprobación generan desaliento. En particular, la resolución de ecuaciones es uno de los contenidos que más dificultades presentan para los estudiantes de bachillerato, y es un tema clave en los exámenes de ingreso a la educación superior, lo que resalta la necesidad de mejorar su enseñanza y comprensión.

Para la comprensión del fenómeno que se estudia en esta investigación sobre la resolución de ecuaciones es preciso presentar la definición ofrecidas por Bello & López (2019):



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo (CC-BY-NC-SA).

Sociedad Ecuatoriana de Investigación Científica. E-mail: revistaalcon@gmail.com

La habilidad resolver ecuaciones tiene un extraordinario valor metodológico. Consiste en saber lo que está oculto detrás del proceso de solución de los diferentes tipos de ecuaciones y es que resolver una ecuación en esencia consiste en transformarla en una ecuación más sencilla, utilizando los conocimientos y habilidades precedentes. Se destacan como acciones de esta habilidad las siguientes: 1 Simplificar si es necesario. 2 reconocer el tipo de ecuación. 3 seleccionar el procedimiento de solución. 4 calcular. 5 comprobar las soluciones. (p.22)

Y más adelante agrega que:

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud se haya establecido como resultado de otras operaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar. Todo problema matemático puede expresarse en forma de una o más ecuaciones. No obstante, no todas las ecuaciones tienen solución, ya que es posible que no exista ningún valor de la incógnita que haga cierta una dada igualdad. También puede ocurrir que haya varios o incluso infinitos conjuntos de valores que la satisfagan. (p.27)

Al analizar el trabajo con ecuaciones en la matemática se destaca que los estudiantes más que requerir habilidades de cálculo, necesita desarrollar el razonamiento lógico. La mayoría de las dificultades de aprendizaje que se presentan en el trabajo con ecuaciones están motivadas por el uso de metodologías tradicionales, donde la enseñanza está centrada en el accionar del docente, en la memorización de contenidos y la evaluación sumativa (Calle-Suárez y Quichimbo-Rosas, 2021). En este tipo de enseñanza no se promueve el aprendizaje activo ni colaborativo, ese que brinda una ventaja significativa, al permitir que los estudiantes desarrollen en conjunto el descomponer problemas complejos a través de pasos más accesibles. Es posible afirmar que través del trabajo colaborativo, los estudiantes mejoran su rendimiento académico y también su confianza y capacidad de aprendizaje (Camillo et al., 2020).

El pensamiento de pedagogos como José de la Luz y Caballero es otro aspecto a tener en cuenta siempre que se vaya a tratar el tema resolución de ecuaciones, pues este gran maestro planteaba que aprender no debe limitarse a la memorización, sino que debe centrarse en la comprensión profunda. El desarrollo del pensamiento lógico y crítico es clave para que los estudiantes puedan resolver problemas matemáticos de manera independiente. No obstante, en muchos salones de clase persisten métodos tradicionales que no fomentan adecuadamente estas habilidades, lo que refuerza la importancia de introducir un enfoque pedagógico que incluya ejercicios creativos y estimulantes para los estudiantes.

Varios han sido los matemáticos que a lo largo de la historia de esta ciencia se han destacado en el trabajo con las ecuaciones. Dentro de ellos se destacaron Diofanto de Alejandría, Francois Vieta, René Descartes y el matemático francés Francois Vieti quien llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones; resultados que ejercieron una gran influencia en matemáticos del siglo posterior como Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra (Domínguez, 2020).

Para una mayor comprensión del fenómeno que se estudia se considera prudente presentar los referentes teóricos que a continuación se presentan.



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo (CC-BY-NC-SA).

Sociedad Ecuatoriana de Investigación Científica. E-mail: revistaalcon@gmail.com

La didáctica, como rama esencial de la pedagogía, estudia el proceso de enseñanza-aprendizaje en su complejidad. En su evolución, este proceso debe abordarse desde una perspectiva multidimensional, incluyendo las dimensiones humanas, técnica y político-social. Según autores recientes, como Bello y López (2019), la dimensión humana enfatiza la importancia del componente afectivo en el aprendizaje, mientras que la dimensión técnica se refiere a la estructuración sistemática de los objetivos, contenidos y estrategias didácticas. La dimensión político-social, por su parte, reconoce que el aprendizaje se sitúa en un contexto cultural específico que influye en las interacciones educativas.

En la educación matemática, el proceso de enseñanza-aprendizaje requiere nuevas estrategias para superar las dificultades tradicionales. Ortiz (2012) subraya que los métodos de enseñanza tradicionales no siempre logran el rendimiento académico deseado, y es esencial explorar enfoques que generen experiencias de aprendizaje más positivas. Mercader et al. (2017) también resaltan la importancia de la motivación en la regulación de estrategias cognitivas y metacognitivas, lo que contribuye a un aprendizaje más significativo en matemáticas.

El trabajo independiente ha cobrado gran relevancia como una vía eficaz para el desarrollo de la autonomía cognitiva de los estudiantes. Labarrere (2010) afirma que el trabajo independiente permite a los estudiantes avanzar más allá de la mera reproducción de conocimiento, promoviendo una mayor creatividad e independencia. Este enfoque fomenta el desarrollo de habilidades intelectuales clave para el éxito académico y personal, reforzando la capacidad de los estudiantes para aplicar lo aprendido en situaciones nuevas.

En el tratamiento de las ecuaciones matemáticas, la habilidad de resolver ecuaciones es fundamental no solo por su valor técnico, sino también por su impacto en el desarrollo del pensamiento lógico y creativo. Según Bello y López (2019), resolver ecuaciones implica un proceso reflexivo que va más allá de la mecánica, ya que requiere identificar la ecuación correcta, seleccionar el procedimiento adecuado y verificar las soluciones, lo que fortalece la capacidad de los estudiantes para enfrentar problemas complejos.

La investigación emplea un enfoque mixto, combinando métodos cualitativos y cuantitativos para obtener una visión integral del problema. Se utilizaron diversos instrumentos para la recolección de datos, comenzando con entrevistas dirigidas al docente de matemáticas y a un directivo de la Unidad Educativa para obtener criterios que ayudaran a caracterizar al grupo de estudiantes. También se aplicó una encuesta a los alumnos de bachillerato para constatar su nivel de conocimientos sobre la resolución de ecuaciones con radicales y su satisfacción con los contenidos. Adicionalmente, se utilizó una guía de observación en clase para analizar cómo los estudiantes y docentes abordaban la resolución de ecuaciones y las diferencias individuales. Para complementar, se administró una prueba pedagógica a los estudiantes, cuyo objetivo fue diagnosticar su nivel de conocimiento en matemáticas, y se realizó una revisión documental de materiales relacionados con la enseñanza de esta materia en bachillerato.

La parte cuantitativa se centró en el análisis estadístico de los resultados obtenidos, mientras que la cualitativa profundizó en las experiencias y percepciones de los estudiantes y docentes sobre el aprendizaje matemático. Este enfoque permitió triangular la información, proporcionando una base sólida para las conclusiones. Esta metodología permite dar cumplimiento al objetivo general de este trabajo, que fue diseñar un sistema de ejercicios que mejore el desempeño de los estudiantes de bachillerato en la resolución de ecuaciones con radicales. Los objetivos específicos incluyen analizar los enfoques teóricos y metodológicos existentes sobre la resolución de ecuaciones, identificar las carencias y potencialidades en los estudiantes de bachillerato de



una unidad educativa fiscal de Manabí. De esta manera, se busca ofrecer una solución efectiva a las dificultades detectadas, con el fin de mejorar el rendimiento académico y preparar mejor a los estudiantes para los exámenes de ingreso a la educación superior.

Materiales y métodos

La investigación emplea un enfoque mixto, combinando métodos cualitativos y cuantitativos para la recogida y análisis de datos. Estos métodos se vinculan en todas las etapas del estudio, permitiendo interpretar algunos datos de manera cuantitativa y otros cualitativa, tal como proponen Iñiguez et al. (2017). El estudio es no experimental, exploratorio y descriptivo (Hernández et al., 2014), ya que no busca modificar el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino identificar las carencias y potencialidades de los estudiantes en la resolución de ecuaciones con radicales, y proponer un sistema de ejercicios viable. Para validar esta propuesta, se utilizará el método Delphi con la participación de expertos.

El estudio se realiza en una Unidad Educativa Fiscal de Manabí, Ecuador, situada en Quiroga, Cantón Bolívar. La población estuvo compuesta por 196 estudiantes de bachillerato, y la muestra fue seleccionada intencionalmente, conformada por 30 estudiantes del grupo 1 de bachillerato. Se analizaron variables asociadas a procesos cognitivos como: memoria, atención y pensamiento.

La investigación se desarrolló en seis fases. En la primera fase se realizó un diagnóstico inicial del grupo; en la segunda, se diseñaron los instrumentos de recolección de datos: entrevistas, encuestas, guía de observación, prueba pedagógica y revisión documental, revisados por expertos. La tercera fase consistió en la aplicación de estos instrumentos. En la cuarta fase se analizaron e interpretaron los datos obtenidos; la quinta y sexta se enfocaron en el diseño del sistema de ejercicios y su evaluación por expertos mediante el método Delphi.

Se aplicaron una entrevista al docente y un directivo, encuestas a los estudiantes, una guía de observación en clase, una prueba pedagógica para diagnosticar conocimientos en la resolución de ecuaciones, y una revisión documental de materiales educativos. Los instrumentos permitieron evaluar tanto el nivel de conocimiento de los estudiantes como las estrategias metodológicas aplicadas en la enseñanza de ecuaciones.

Los datos cuantitativos fueron procesados con Excel, y los datos cualitativos fueron analizados mediante hojas de verificación. Los resultados de la encuesta fueron presentados porcentualmente, y los de la prueba pedagógica fueron tabulados por niveles de desempeño en tres tipos de ecuaciones. La revisión documental también fue analizada por cada elemento revisado en los materiales.

Resultados y discusión

Análisis de los resultados de la encuesta

En la primera pregunta de la encuesta, relacionada con la motivación para resolver ejercicios en la asignatura de matemáticas, los resultados indicaron que solo el 20% de los estudiantes están siempre motivados para realizar los ejercicios, mientras que el 30% (9 estudiantes) manifestaron estar casi siempre motivados. Sin embargo, un 50% de los estudiantes, representado por 15 alumnos, señalaron que rara vez o nunca están motivados. Esto sugiere que la mayoría del grupo presenta un bajo nivel de motivación para la realización de los ejercicios, ya que 24 de los 30 estudiantes encuestados no experimentan un nivel motivacional óptimo.



La falta de motivación encontrada en el 50% de los estudiantes, que rara vez o nunca están motivados para resolver ejercicios, puede estar relacionada con la escasez de variabilidad en las tareas y la falta de adecuación a los niveles de conocimiento de cada estudiante. Como menciona Mercader et al. (2017), la motivación es clave para regular las estrategias cognitivas y metacognitivas necesarias para el aprendizaje de las matemáticas y se ha demostrado que los estudiantes que experimentan la ansiedad matemática tienden a mostrar un bajo rendimiento, ya que esta ansiedad interfiere en la capacidad de utilizar estrategias cognitivas y metacognitivas efectivas.

En este orden el estudio realizado por Abalo y Jaramillo (2024), ratifica que los estudiantes pueden sentirse más motivados, seguros y confiados si se pone en práctica el trabajo cooperativo en la enseñanza de las matemáticas y se rompe con los esquemas tradicionales de enseñanza. En su investigación el autor constató que existe una mejora en la motivación y una disminución significativa de la ansiedad ante problemas matemáticos en el grupo experimental donde se puso en práctica el aprendizaje cooperativo y se pudo comprobar el desarrollo académico de los estudiantes, al poder superar los desafíos que se enfrentan en la búsqueda de soluciones en el trabajo con ecuaciones lineales.

Entre las principales razones mencionadas por los estudiantes, que explican este bajo nivel de motivación, destacan:

- Falta de comprensión de las explicaciones del profesor (3%).
- Uniformidad en los ejercicios, que no se adaptan a las diferencias individuales (6.6%).
- Escasez de ejercicios en los libros de texto y dificultades en el acceso a bibliografía complementaria (36.6%).
- Ejercicios con un grado de dificultad demasiado bajo en los libros de texto o demasiado alto en otras fuentes bibliográficas (46.6%).

Además, en cuanto a la capacidad de los estudiantes para resolver ejercicios en clase, solo el 10% afirmó poder resolverlos siempre, mientras que el 20% señaló que puede hacerlo casi siempre. Un 46.6% de los estudiantes mencionaron que solo a veces logran resolver las ecuaciones de manera independiente, y el 23.3% restante indicó que nunca logra resolverlas.



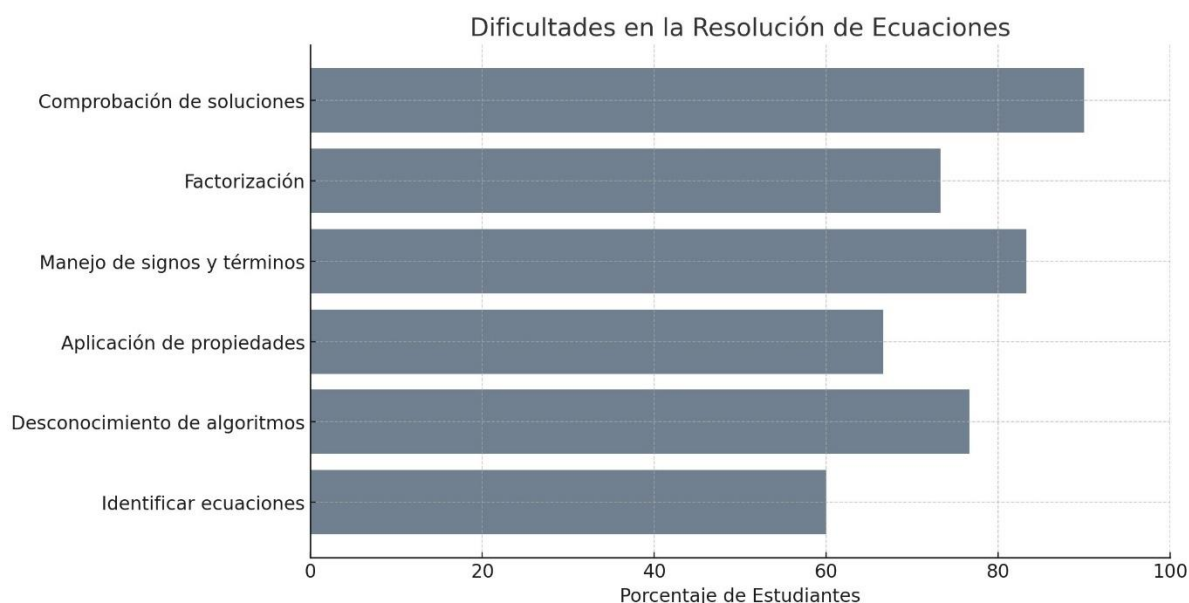


Figura 1. Principales dificultades al resolver ecuaciones

En cuanto a las principales dificultades al resolver ecuaciones, los estudiantes identificaron los problemas que se muestran en la figura 1; se describen a continuación.

- Dificultad para identificar las ecuaciones (60%).
- Desconocimiento de los algoritmos de solución (76.6%).
- Problemas con la aplicación de propiedades de radicales, potencias y logaritmos (66.6%).
- Falta de habilidad para manejar signos de agrupación y reducir términos semejantes (83.3%).
- Dificultades para factorizar (73.3%).
- Problemas al comprobar las soluciones (90%).

Estos resultados evidencian grandes dificultades en la resolución de ecuaciones y sugieren la necesidad de intervenciones educativas que aborden específicamente estas áreas de debilidad.

Como se aprecia las deficiencias más significativas sobre la capacidad de los estudiantes para resolver ecuaciones, particularmente aquellas que involucran radicales están asociadas, en un 83.3% de ellos se centra en las dificultades al eliminar signos de agrupación y al reducción términos semejantes y la mayor dificultad estuvo en un 90% de estudiantes que no realizan la comprobación de las soluciones, lo que revela problemas en la comprensión y en el uso de algoritmos de resolución de ecuaciones. Estos resultados coinciden con lo señalado por autores como Bello y López (2019), quienes afirman que resolver ecuaciones va más allá de la simple aplicación de fórmulas, ya que requiere un proceso reflexivo y crítico en la selección de procedimientos y verificación de resultados.

La ansiedad matemática y las emociones negativas están relacionadas con un bajo rendimiento académico y dificultades en la resolución de problemas. Frenzel et al. (2012) y Peixoto et al. (2017) han demostrado que estudiantes que experimentan emociones positivas en el aula de matemáticas tienden a tener mejores



resultados. En este estudio, el bajo nivel de motivación y los problemas persistentes en la comprensión de conceptos fundamentales como la factorización y el uso de algoritmos de resolución podrían estar asociados con emociones negativas hacia la asignatura.

Las investigaciones más recientes enfatizan que enseñar a los estudiantes múltiples formas de resolver problemas matemáticos mejora significativamente su comprensión y rendimiento. Según Star (2021), la comparación de diferentes métodos para abordar un problema permite a los estudiantes desarrollar una comprensión más profunda y flexible de los conceptos matemáticos. Este enfoque también aumenta la motivación, ya que los estudiantes no ven las matemáticas como un conjunto rígido de reglas, sino como un espacio en el que pueden explorar y justificar diferentes estrategias. Esta metodología podría ser útil para abordar las dificultades observadas en este estudio, donde el 83.3% de los estudiantes presentaron problemas con la resolución de ecuaciones debido a su limitada exposición a enfoques variados de solución (Star, 2021).

Análisis de los Resultados de la Observación de Clases

En las clases observadas, se detectaron varios problemas relacionados con la persistencia de métodos tradicionales de enseñanza, que limitan el aprendizaje activo y la participación de los estudiantes. Los problemas identificados incluyen:

- No se utilizan los conocimientos previos de los estudiantes.
- El diagnóstico integral de los estudiantes no se emplea adecuadamente.
- Los sistemas de tareas son los mismos para todos los estudiantes, sin diferenciar según las necesidades individuales.
- Predomina el trabajo independiente reproductivo, con pocas oportunidades para el desarrollo del pensamiento crítico.
- Las tareas no se discuten en profundidad cuando tienen múltiples alternativas de solución.
- La ayuda proporcionada por el docente es excesiva, reduciendo la autonomía del estudiante.
- El control de las tareas se enfoca en la solución final, sin considerar los procedimientos de resolución.

En cuanto a las habilidades matemáticas específicas, los estudiantes mostraron dificultades en la eliminación de signos de agrupación, la aplicación de algoritmos de solución, y la utilización de propiedades de logaritmos, radicales y potencias. Además, se observó una carencia generalizada en la descomposición en factores y en la comprobación de las soluciones de las ecuaciones.

Análisis de los resultados de la prueba pedagógica

La prueba pedagógica inicial permitió diagnosticar el nivel de conocimiento de los estudiantes en la resolución de ecuaciones. Los resultados reflejan que solo el 10% de los estudiantes logró un desempeño excelente al reconocer las ecuaciones, mientras que el 66.6% se evaluó como regular o mal en este indicador. En la aplicación de los algoritmos de solución, el 10% obtuvo una evaluación de excelente, mientras que el 76.6% se evaluó de regular o mal. En cuanto al manejo de signos de agrupación y reducción de términos semejantes, el 60% de los estudiantes mostró dificultades importantes.



La aplicación de las propiedades de las ecuaciones radicales y la elevación al índice del radical fueron las áreas más problemáticas, con el 80% de los estudiantes obteniendo evaluaciones de regular o mal. Además, la capacidad para descomponer en factores fue baja, con un 60% de estudiantes mostrando dificultades significativas en este indicador. Solo el 16.6% de los estudiantes realizó correctamente la comprobación de las ecuaciones, lo que demuestra una falta de valoración de este paso en el proceso de resolución.

El bajo rendimiento de los estudiantes en las pruebas pedagógicas, es un indicador de que los métodos tradicionales de enseñanza no están logrando los resultados esperados. La investigación de Ortiz (2012) refuerza esta idea, sugiriendo que las estrategias tradicionales a menudo no permiten el desarrollo adecuado del pensamiento lógico y crítico en los estudiantes, lo que afecta negativamente su rendimiento.

Análisis de los Resultados de la Revisión de Documentos

La revisión de los documentos asociados a la asignatura de matemáticas reveló varias áreas de preocupación. Solo un 13.3% de los estudiantes había participado en concursos de matemáticas, lo que refleja un bajo nivel de motivación general hacia la asignatura. Además, los libros de texto utilizados presentan pocos ejercicios de ecuaciones, y aquellos que están disponibles tienen un grado de dificultad demasiado bajo o demasiado alto para la mayoría de los estudiantes.

La falta de recursos bibliográficos adicionales y la necesidad de que los profesores elaboren continuamente nuevos ejercicios de acuerdo con los diferentes niveles de desempeño de los estudiantes son también problemas que afectan el aprendizaje.

Triangulación de resultados

La triangulación de los resultados obtenidos en la encuesta, la observación de clases y la revisión de documentos permite identificar con mayor claridad los factores que están afectando el proceso de enseñanza-aprendizaje en la resolución de ecuaciones. En primer lugar, los datos de la encuesta muestran un bajo nivel de motivación entre los estudiantes, donde un 50% indicó que rara vez o nunca están motivados para resolver ejercicios, y el 46.6% mencionó dificultades significativas con los contenidos del libro de texto, señalando que son o demasiado fáciles o demasiado difíciles. Este hallazgo está respaldado por la revisión de documentos, que también identificó que los libros de texto no ofrecen suficientes ejercicios variados y que los profesores deben crear constantemente nuevos ejercicios para adaptarse a los diferentes niveles de los estudiantes. Esta falta de recursos pedagógicos suficientes parece estar influyendo negativamente en la motivación y desempeño de los estudiantes.

Por otro lado, la observación de clases evidencia que los métodos de enseñanza tradicionales siguen siendo prevalentes, limitando la participación activa y el desarrollo del pensamiento crítico. Esto coincide con los resultados de la encuesta, donde el 76.6% de los estudiantes mencionaron que tienen dificultades con los algoritmos de solución, y el 83.3% afirmó tener problemas con la reducción de términos semejantes y la manipulación de signos de agrupación. La revisión de documentos confirma esta situación al señalar que las actividades en clase no están suficientemente diversificadas y tienden a no diferenciarse entre estudiantes con diferentes niveles de conocimiento. El enfoque repetitivo y reproductivo limita el desarrollo de habilidades cognitivas más avanzadas y fomenta la dependencia excesiva de la ayuda del docente, un aspecto que se observó claramente durante las clases.



Puede decirse que existe una clara relación entre la falta de recursos pedagógicos adecuados, la enseñanza tradicional y la falta de motivación y habilidades entre los estudiantes. Las dificultades identificadas en la resolución de ecuaciones, tanto en la prueba pedagógica como en la encuesta, encuentran una explicación plausible en la forma en que se estructuran las actividades de clase y los recursos utilizados. El bajo rendimiento de los estudiantes en la aplicación de algoritmos y en la comprobación de soluciones refleja que los métodos actuales no están fomentando el desarrollo autónomo de las habilidades matemáticas.

Sistema de ejercicios propuesto

El sistema de ejercicios propuesto se basa en las necesidades educativas identificadas en los resultados obtenidos. Este sistema se fundamenta en el Paradigma Histórico Social de Vygotsky, que destaca la importancia de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), definida como la distancia entre lo que un estudiante puede hacer por sí solo y lo que puede lograr con la ayuda de otros más capacitados.

El sistema se caracteriza por ser:

- **Formativo:** Desarrolla conocimientos, habilidades y valores en los estudiantes.
- **Contextualizado:** Responde a las necesidades específicas de los estudiantes en su contexto educativo.
- **Personalizado:** Se adapta a las características individuales de cada estudiante.
- **Dinámico:** Abierto a modificaciones y adaptaciones según los resultados obtenidos.
- **Objetivo:** Basado en metas claras y alcanzables.
- **Operativo:** Fácil de implementar en el aula.
- **Preventivo:** Proporciona apoyo para evitar el fracaso escolar.
- **Sistemático:** Desarrollado en etapas claras y comprensibles.
- **Sistémico:** Integra todos los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Subsistema I: Ejercicios sencillos resueltos y propuestos.

Contenidos: Resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales.

Actividad #1 Objetivo: Identificar correctamente el algoritmo en la solución de ecuaciones, además de las propiedades que se aplican.

Orientaciones metodológicas:

El trabajo con las ecuaciones lineales consiste en eliminar los signos de agrupación, agrupar las variables en un miembro y los números en el otro, se reducen términos semejantes, se despeja la variable obteniendo el valor de la misma para después comprobar y dar respuesta. Las cuadráticas se igualan a cero arribando a un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, los valores a, b, c son números reales con $a \neq 0$; se descompone en factores, se iguala a cero cada factor obteniéndose los valores de la variable, en caso de no tener descomposición se aplicará la fórmula del discriminante para después hallar los valores de x_1 y x_2 .

Las fraccionarias, se descompone el denominador en caso de existir simplificación también el numerador, se determina el mínimo común múltiplo (MCM) con el objetivo de eliminar los denominadores multiplicando cada término de la ecuación por él, después se procede a multiplicar lo que queda de la simplificación se



reducen términos semejantes y se identifica la ecuación a la que se arriba que puede ser cuadrática o lineal se le da solución y se comprueba para dar respuesta.

En las ecuaciones radicales se aísla un radical, se elevan ambos miembros al índice del radical reduciendo términos semejantes, el proceso se repite hasta que se eliminen los radicales arribando a una de las ecuaciones anteriores, se resuelve y se comprueba.

Actividades a desarrollar: a) Identifica cada ecuación; b) Describa el procedimiento de solución y refiera la propiedad aplicada en cada caso. c) Comprobar.

a) Comprobar.

I) $\sqrt{x+4} + 8 = x$	1	→
$(\sqrt{x+4})^2 = (x-8)^2$	2	→
$x+4 = x^2 - 16x + 64$	3	→
$x^2 + 17x + 60 = 0$	4	→
$(x-12)(x-5) = 0$	5	→
$x = 12 \text{ ó } x = 5$	6	→

Se comprueba demostrando que el MI = MD.

$$\text{II) } \frac{x^2 - 8}{x - 2} = \frac{-1 + x^2}{x + 1}$$

$$(x^2 - 8)(x + 1) = (x - 2)(-1 + x^2)$$

$$x^3 + x^2 - 8x - 8 = -x + x^3 + 2 - 2x^2$$

$$3x^2 - 7x - 10 = 0$$

$$(3x - 10)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{10}{3} \text{ ó } x = -1$$

Control y evaluación: Se evaluará de forma escrita y en la revisión de libretas.

Actividad #2: Ejercicios propuestos. **Objetivo:** Resolver ecuaciones (sencillas)

Ejercicio 1

1. Dadas las ecuaciones

1.1. Identifíquela.

1.2 Resuelve cada una de ellas y si es posible por más de una vía.



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo (CC-BY-NC-SA).

Sociedad Ecuatoriana de Investigación Científica. E-mail: revistaalcon@gmail.com



$$a) 9^{\frac{1}{2}} = x - \sqrt{x-1} \quad b) x - 4 + 2\sqrt{x-1} = 0$$

Control y evaluación: Se evaluará de forma escrita y en la revisión de libretas.

Subsistema II Ecuaciones con un mayor rigor (2do nivel).

Objetivos: 1- Identificar la ecuación. 2- Aplicar las propiedades. 3- Aplicar correctamente los procedimientos de solución.

Orientaciones metodológicas: El estudiante primeramente debe identificar la ecuación pues de ello depende el 100% de la solución correcta del ejercicio. Luego debe aplicar las propiedades y el procedimiento de solución según el tipo de ecuación.

Actividad # 1 Ejercicios propuestos.

Ejercicio 1

Resuelve las siguientes ecuaciones

$$a) \sqrt{2x+5} = \sqrt{2x-3} + \sqrt{2x}$$

$$b) \sqrt{-2x + \sqrt{6x^2 + 30}} = 2$$

$$c) (\sqrt{2})^{2x} \cdot 2^{\frac{1}{x-3}} = 32$$

Subsistema III Ejercicios resueltos aplicando el método de cambio de variable.

Actividad #1. Ejercicios resueltos.

$$a- \sqrt{6^x + 3} + \frac{3}{\sqrt{6^x + 3}} = 5$$

$$\text{Se hace } Z = \sqrt{6^x + 3}$$

$$Z + \frac{3}{Z} = 5$$

Como se puede observar se ha convertido en una ecuación fraccionaria muy sencilla; se buscará el MCM que es Z y se multiplica por la toda la ecuación

De allí resulta $Z^2 + 3 = 5z$ resulta una ecuación cuadrática

$$Z^2 - 2z + 3 = 0$$

$$(z-3)(z+1) = 0$$



de aquí resulta $Z = 3$ y $z = -1$

Entonces se buscan las posibles soluciones $3 = \sqrt{6^x + 3}$ y ahora se aplica el procedimiento de las ecuaciones con radicales.

$$(3)^2 = (\sqrt{6^x + 3})^2 \text{ y se obtiene } 9 = 6^x + 3$$

$$9 - 3 = 6^x$$

$6 = 6^x$ luego $x = 1$ es una posible solución

por otro lado

$$-1 = \sqrt{6^x + 3} \quad (-1)^2 = (\sqrt{6^x + 3})^2$$

$1 = 6^x + 3$ $1 - 3 = 6^x$ $-2 = 6^x$ esto es imposible. Nuevamente solo queda la comprobación.

c) $3.81^{\frac{1}{x}} - 10.9^{\frac{1}{x}} = -3$ como es una ecuación exponencial se debe llevar todo a la misma base 3.

$$(9^2)^{\frac{1}{x}} - 10.9^{\frac{1}{x}} = -3$$

Aquí $z = 9^{\frac{1}{x}}$ por tanto resulta 3. $(z)^2 - 10. z + 3 = 0$

$(3z - 1)(z - 3) = 0$ luego $z = \frac{1}{3}$ y $z = 3$ ahora se buscan las soluciones

$$9^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (3^2)^{\frac{1}{x}} = 3^{-1} \text{ igualando los exponentes resulta } \frac{2}{x} = -1$$

$2 = -x$ por tanto $x = -2$ se repite el proceso para $z = 3$

$(3^2)^{\frac{1}{x}} = 3$ luego la posible solución es $x = 2$. solo queda comprobar las ecuaciones.

Aquí se presentan ecuaciones que tienen más de un enlace, pero utilizando este método de cambio de variable se van transformando en ecuaciones sencillas y fáciles de resolver.

En todos los casos solo queda realizar la comprobación.

Actividad #2 Ejercicios propuestos aplicando el método de cambio de variable.

Ejercicio 1

Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando cambio de variable.





$$a) \frac{2x-3}{\sqrt{x-2}} = 2\sqrt{x-2} + 1$$

$$b) \sqrt{x^2+9} + \frac{15}{\sqrt{x^2+9}} = 8$$

Subsistema III Ecuaciones combinadas.

Actividad #1: Ecuaciones combinadas con dos enlaces. **Objetivos:** Resolver ecuaciones combinadas.

Orientaciones metodológicas: Es una actividad que será dirigida por el profesor, donde los estudiantes con ejercicios ya planificados de ante mano, realizarán las discusiones en la clase de las diferentes vías de solución, el algoritmo y las propiedades aplicadas.

Forma de control: Aplicación de clases prácticas, seminarios y evaluaciones sistemáticas y trabajos de controles parciales.

Actividades a desarrollar:

Halla el conjunto solución de las siguientes ecuaciones

$$a) \sqrt{2^x+3} - \sqrt{2^x+2} = \sqrt{2^{x+2}+1}$$

$$b) \sqrt{\log_{\sqrt{x+1}} \sqrt{x+3}} = \sqrt{2}$$

$$c) 4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1}+2} = 0$$

$$d) \sqrt{\frac{20-12^x}{12^x}} - \frac{\sqrt{6}}{3} = 0$$

Resultados de las valoraciones prospectivas de los expertos:

La propuesta es sometida a la consideración de 25 profesores, se toma como criterio para seleccionarlos como expertos los siguientes:

Las exigencias de estos expertos están concentradas en sus experiencias en el Bachillerato, conocimiento de Didáctica de la Matemática, conocimientos obtenidos en la actividad docente y/o investigativa, publicaciones de autores extranjeros que dominan, conocimientos obtenidos en el trabajo metodológico, conocimientos obtenidos en la educación de postgrado y según sus posibilidades incluyen las experiencias pedagógicas de avanzada, de manera que las fuentes de argumentación permitan confiar en su valoración.





Figura 2. Valoraciones de los expertos por indicadores.

Los índices de los indicadores varían entre 0,80 y 0,94, los que se corresponde con las valoraciones de muy útil e Imprescindible, lo que indica que ningún indicador obtuvo la máxima valoración por todos los expertos. Los indicadores de más baja valoración son los números 15 y 16 relacionado con la relación que debe establecerse entre las formas colectivas y las individuales de trabajo metodológico, el enfoque sistémico y la concatenación entre contenidos de trabajo metodológico, sus tipos y formas de realización. Los indicadores de más alto valor relativo son los números 2 y 3 sobre la Didáctica de la Matemática como el sustento metodológico para la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje con la introducción de los sistemas de ejercicios y el rol mediador del profesor, para caracterizar el papel de este y el de los estudiantes, los objetivos a alcanzar. Al respecto el autor considera que este aspecto es muy Importante para la propuesta.

Conclusiones

Los hallazgos de esta investigación destacan las deficiencias significativas en la resolución de ecuaciones entre los estudiantes de bachillerato, específicamente en el manejo de signos de agrupación y la aplicación de algoritmos de solución. Estas dificultades, que afectan al 83.3% de los estudiantes, son un obstáculo fundamental en su rendimiento académico. La implementación del sistema de ejercicios diseñado en este estudio ofrece una solución viable, permitiendo a los estudiantes desarrollar una mayor comprensión y habilidades prácticas en la resolución de ecuaciones con radicales.

La estructura del sistema de ejercicios propuesto, que se organiza en tres subsistemas de dificultad progresiva, es una herramienta útil para abordar las carencias detectadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones matemáticas. A través de su enfoque formativo, personalizado y sistemático, este sistema permite un aprendizaje más dinámico y adaptado a las necesidades individuales de los estudiantes.

Referencias

Abalo Paladines I. J., Jaramillo Serrano F.A. (2024). Efecto del Aprendizaje Cooperativo en el Rendimiento Académico de Estudiantes de Educación Básica en la Resolución de Ecuaciones Lineales. Ciencia Latina, Revista científica multidisciplinar. 8(5). https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.13422 .



- Bello, RT y López, JM (2019). Sistema de tareas docentes para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver ecuaciones. Universidad de Ciego de Ávila "Máximo Gómez Báez, Ciego de Ávila. https://www.researchgate.net/profile/Raidy-Rojas-Angel-Bello-2/publicación/352039752_sistema_de_tareas_docentes_para_contribuir_al_desarrollo_de_la_habilidad_resolver_ecuaciones/links/60b6cb8a92851cde884a6f56/sistema-de-tareas-docentes-para-contribuir-al-
- Calle-Suárez, C., and Quichimbo-Rosas, A. (2021). Presencia de metodologías tradicionales en la educación del Ecuador. Dominio de Las Ciencias, 7(4), 1205–1215. <https://doi.org/10.23857/dc.v7i4.2164>
- Camillo, J., Cueva, F., and Vargas, I. (2020). Trabajo cooperativo y aprendizaje significativo en matemática en estudiantes universitarios de Lima. Educação & Formação, 5(3), 16. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7718955>
- Domínguez, J. A. (2020). Título: El desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas. Universidad de Matanzas, Facultad de Educación, Matanza.
- Frenzel, AC, Pekrun, R., Dicke, A.-L. y Goetz, T. (2012). Más allá del declive cuantitativo: Cambios conceptuales en el desarrollo del interés por las matemáticas en los adolescentes. Psicología del Desarrollo, 48 (4), 1069-1082. <https://doi.org/10.1037/a0026891>
- Hernández, SR, Fernández, CC y Baptista, LP (2014). Metodología de la investigación. México DF: McGraw-Hill. https://periodicooficial.jalisco.gob.mx/sites/periodicooficial.jalisco.gob.mx/files/metodologia_de_la_investigacion_-_roberto_hernandez_sampieri.pdf
- Iñiguez, PC, Medel, R., Avila, J., Cruz, E., Morales, F., & Jarquin, D. (2017). Métodos cuantitativos, métodos cualitativos o su combinación en la investigación: Un acercamiento en las ciencias sociales. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas, 8 (7), 1603-1617.
- Labarrere Reyes, G. (2010). El trabajo independiente en la formación educativa. Editorial Academia.
- Mercader, J., Presentación, MJ, Siegenthaler, R., Molinero, V., & Miranda, A. (2017). Motivación y rendimiento matemático: Un estudio longitudinal en las primeras etapas educativas. Revista de Psicodidáctica, 22 (2), 157-163. <https://doi.org/10.1016/j.psicod.2017.05.007>
- Ortíz, J. (2012). Modelos didácticos para la enseñanza de la matemática. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Facultad de Ciencias, Medellín, Colombia.
- Peixoto, F., Sanches, C., Mata, L. y Monteiro, V. (2017). ¿Qué opinas de las matemáticas?: Relaciones entre las valoraciones de competencias y valores, las emociones de logro y el rendimiento académico. Revista Europea de Psicología de la Educación, 32 (3), 385–405. <https://doi.org/10.510212-016-0299-4>
- Pedraza, XG, Reascos, RS, & Pozo, CG (abril de 2017). El curso pre-ENES: Una alternativa para el desarrollo del algoritmo numérico. Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa (REFCaE). https://www.researchgate.net/publication/327103896_EL_CURSO_PRE-ENES_UNA_ALTERN

