

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA DESDE LA PERSPECTIVA VAN HIELE

DIDACTIC PROPOSAL FOR TEACHING GEOMETRY FROM THE VAN HIELE PERSPECTIVE

Montesdeoca Loor Donna Jesselle ^{1*}

¹ Facultad de Posgrado, Universidad Técnica de Manabí Portoviejo. Ecuador. ORCID:
<https://orcid.org/0009-0001-6243-3376>. Correo: dmontesdeoca8624@utm.edu.ec

Carlos Alberto Aray Andrade²

² Departamento Matemáticas y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas. Universidad Técnica de Manabí.
Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5895-5200>. Correo: carlos.aray@utm.edu.ec

* Autor para correspondencia: dmontesdeoca8624@utm.edu.ec

Resumen

En la educación, enseñar geometría representa un desafío constante, ya que muchos estudiantes encuentran dificultades para comprender sus conceptos y usos, debido a que la geometría se percibe como una materia abstracta y distante de la vida diaria. Los métodos tradicionales de enseñanza suelen enfocarse en la memorización de fórmulas y teoremas. Para abordar esta problemática, en este estudio se empleó el modelo de Van Hiele con el fin de mejorar la comprensión y la capacidad de abstracción de la geometría en los alumnos. Este modelo propone cinco etapas que orientan al docente en la creación de actividades de aprendizaje. La geometría no solo desarrolla habilidades en los estudiantes, sino que también tiene aplicaciones en diversos campos. Por lo tanto, es fundamental que los profesores exploren distintas formas de aplicar los postulados de Van Hiele. En la unidad educativa Raffaello Santi, se implementó este enfoque con resultados favorables en el noveno año de educación básica. Los análisis estadísticos evidenciaron diferencias significativas entre los grupos, lo que confirma un mejor desempeño del grupo experimental. Si bien los resultados correctos son importantes, el proceso de razonamiento de los estudiantes es crucial en su desarrollo profesional.

Palabras clave: Razonamiento; geometría; enseñanza; modelo de Van Hiele.



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo (CC-BY-NC-SA).

Sociedad Ecuatoriana de Investigación Científica. E-mail: revistaalcon@gmail.com

Abstract

In education, teaching geometry represents a constant challenge, as many students encounter difficulties in understanding its concepts and uses, due to geometry being perceived as an abstract subject distant from daily life. Traditional teaching methods often focus on the memorization of formulas and theorems. To address this issue, the Van Hiele model was employed in this study to improve students' understanding and abstraction skills in geometry. This model proposes five stages that guide teachers in creating learning activities. Geometry not only develops skills in students but also has applications in various fields. Therefore, it is essential for teachers to explore different ways of applying the principles of Van Hiele. In the educational unit Raffaello Santi, this approach was implemented with favorable results in the ninth year of basic education. Statistical analyses revealed significant differences between the groups, confirming a better performance of the experimental group. While correct results are important, the students' reasoning process is crucial in their professional development.

Keywords: Reasoning; geometry; teaching; Van Hiele model

Fecha de recibido: 12/03/2025

Fecha de aceptado: 15/07/2025

Fecha de publicado: 22/08/2025

Introducción

La enseñanza de la geometría es un desafío persistente en el ámbito educativo. A pesar de ser una disciplina fundamental en el desarrollo cognitivo y en la comprensión del mundo que nos rodea, muchos estudiantes enfrentan dificultades para asimilar sus conceptos y aplicaciones. Este problema se agrava por la percepción de la geometría como una materia abstracta y distante de la realidad cotidiana, lo que dificulta su comprensión y la conexión con otras áreas del conocimiento. Además, los métodos tradicionales de enseñanza a menudo se centran en la memorización de fórmulas y teoremas, en lugar de fomentar una comprensión profunda y significativa de los principios geométricos. Por lo tanto, es crucial explorar enfoques innovadores y pedagogías efectivas para hacer que la geometría sea accesible, relevante y estimulante para todos los estudiantes.

En esta investigación, se empleó el enfoque del modelo de Van Hiele con el propósito de potenciar la comprensión y el nivel de abstracción de la geometría entre los alumnos. Este modelo plantea cinco fases (recepción de información, guía dirigida, explicitación, orientación autónoma e integración del aprendizaje) que sirven como guía al profesor en la elaboración y la estructuración de actividades de aprendizaje idóneas para el progreso del estudiante. Dichas fases abarcan el reconocimiento o la visualización, el análisis, la deducción informal o secuencia lógica, la deducción y el rigor. (Sarrín, 2019).

En Ecuador los conceptos e ideas geométricas discutidas en la educación secundaria son presentados a los estudiantes como conclusiones cerradas, lo que nos les permite razonar y comprender los conceptos geométricos (Avila & Andrade, 2023). Durante el BGU, el estudiante adquiere herramientas que le permiten



Esta obra está bajo una licencia *Creative Commons* de tipo (CC-BY-NC-SA).

Sociedad Ecuatoriana de Investigación Científica. E-mail: revistaalcon@gmail.com

resolver problemas de su entorno inmediato y de la realidad nacional, procesando y organizando la información adecuadamente, aplicando modelos complejos de índole algebraica o funcional (Alarcón, 2018).

Ante la visualización de este escenario se creyó necesario implementar el modelo de Van Hiele en la básica superior ya que la geometría despierta en los estudiantes diferentes habilidades, les ayuda a comprender otras áreas de las matemáticas y los prepara mejor para comprender el mundo que los rodea. Por esta razón, profesores de matemáticas necesitaban explorar diferentes formas de aprovechar los Postulados de Van Hiele, considerando que es un modelo producto de una representación simplificada del que hacer didáctico en el que están involucrados el desarrollo y descripción del razonamiento geométrico (Chavarría, 2020).

En la unidad educativa Raffaello Santi ubicada en la parroquia 12 de marzo de la ciudad de Portoviejo-Manabí-Ecuador se evidencio que los estudiantes de la básica superior y del bachillerato tenían dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, se estimó conveniente aplicar el modelo de Van Hiele para la enseñanza de geometría en el noveno año paralelo "A" de Básica Superior

Los modelos estadísticos empleados para el análisis del estudio como método preciso fue el descriptivo para descubrir tendencias de comportamiento dentro de una población específica. Para poner a prueba las hipótesis planteadas, se utilizó una prueba T de muestras independientes y un ANOVA de un solo factor no métrico, seguido de comparaciones de dos a dos mediante el método Dwass-Steel-Critchlow-Fligner. Todo el análisis se llevó a cabo utilizando el software libre Jamovi.

Postulado de Van Hiele

Básicamente este modelo concibe el eje central del aprendizaje de la geometría, el proceso que los estudiantes deben transitar para desarrollar su razonamiento geométrico; de este modo, a través de cinco niveles el estudiante progresa en esta capacidad hasta la acumulación de experiencia necesaria para alcanzar un desarrollo cada vez más alto de razonamiento, el cual va ligado a la conceptualización implícita en el lenguaje utilizado, es decir, a la forma de expresarse matemática y geométricamente (Ávila, 2020).

Los postulados de Van Hiele ayudan al razonamiento lógico de los estudiantes debido a que se basan en cinco niveles que son: Visualización, Análisis, Deducción Informal, Deducción formal y Rigor (Vargas & Gambia, 2013); donde cada nivel crea un desarrollo del pensamiento diferente en los estudiantes e incluso son de ayuda en la solución de problemas de la vida cotidiana y al análisis de gráficas planteadas.

- La visualización, reconoce las figuras por su forma y como un todo, no diferencia partes ni componentes. Sin embargo, puede producir una copia de cada figura particular, las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos familiares de su entorno.
- El análisis, permite la comprensión de las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas. Sin embargo, no es posible establecer relaciones entre propiedades distintas, y no puede elaborar definiciones.
- La deducción informal, determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo unas se derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas. Sin embargo, su razonamiento lógico está basado en la manipulación, pero no es capaz de entenderlas en su globalidad, por lo que no le es posible organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifique sus observaciones.



- La deducción formal, realiza demostraciones lógicas y formales al reconocer su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Comprende y maneja las relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos, por lo que ya entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.
- El rigor, considera la capacidad que tiene el individuo para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría (Vargas & Gambia, 2013).

Así mismo el modelo ayuda a explicar cómo el aprendizaje de la geometría permite obtener un nivel inmediato superior de los estudiantes, distribuyendo el conocimiento escalonadamente en cinco niveles de razonamiento secuenciales y ordenados. Este nivel hace explícito el conocimiento de cada estudiante, aumentando el grado de comprensión y dominio del tema, haciendo que el objetivo del trabajo sea realizado efectivamente (Báez R., 2017).

Los Van Hiele presentan cinco fases de aprendizaje que guían también al docente en el diseño de la organización de las experiencias de aprendizaje adecuadas para el progreso del estudiante pasando de un nivel a otro. Por lo que se consideran, primero la fases de información, la cual procede a tomar contacto con el tema del objeto de estudio; la orientación dirigida, que guía a los alumnos mediante actividades y problemas con el fin de que descubran y aprendan las diversas relaciones de la red de conocimiento para formar; la explicación, donde los alumnos intentan expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes; la orientación líder, donde se produce la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores, es necesario que los estudiantes utilicen sus conocimientos adquiridos para resolver problemas o actividades complejas; finalmente, la quinta fase es la integración, donde se establece la visión de todo lo aprendido sobre los temas relacionados para formar un nuevo conocimiento y poderlo razonar entre sí (Chavarría, 2020).

La enseñanza de la Geometría

La riqueza de la geometría en educación es su estrecha relación con otros dominios matemáticos tales como las ciencias naturales y sociales. En la dimensión biológica, la geometría se relaciona con capacidades humanas como el sentido espacial, con la percepción y visualización. En la dimensión física, la geometría indaga por propiedades espaciales, representación de los objetos físicos y modelar el espacio circundante. En su dimensión teórica, la geometría integra la abstracción y rigor de diversas teorías ya que esta constituye una herramienta de representación e interpretación de otras ramas del conocimiento (Acosta, Maldonado, & Vidal, 2020).

Para realizar la evaluación de la geometría a través del modelo Van Hiele es conveniente aplicar una prueba pedagógica con ítems de respuesta abierta, para ello se debe de considerar algunas características para elaborar un instrumento de evaluación. Por lo que el nivel de razonamiento de los estudiantes depende del campo conceptual que se desarrolle, se deben seleccionar ítems cuyas respuestas sean lo suficientemente largas para que los estudiantes puedan hacer visibles sus ideas y su forma de razonar, lo más importante no es evaluar si los estudiantes contestan correcta o incorrectamente, sino cómo y por qué contestan así (Gutiérrez, 2017).

De forma general, se recomienda aplicar un test con ítems que estén graduados a los niveles de razonamiento geométrico de menos a más, y para la objetividad de la corrección es necesario elaborar descriptores por cada ítem a fin de identificar el tipo de respuesta que está dando el estudiante y el nivel de razonamiento al que



corresponde. Para poder calificar el test, es importante asignar ponderación desde 0 hasta 100, a fin de poder identificar el tipo de respuesta que se ha dado (Prieto, 2019). El modelo considera fundamental clasificar los resultados en diferentes intervalos de razonamiento geométrico establecidos por letras, tales como: Completa (C), Alta (A), Intermedia (I), Baja adquisición (B), Nula adquisición (N) (Paredes, 2007)

Materiales y métodos

La investigación adopta un enfoque cuantitativo, empleando la recopilación y análisis de datos para abordar interrogantes y verificar hipótesis previamente formuladas. Para evaluar al estudiante se trabajó con el test de Jaime & Gutiérrez. Se utilizó estadística descriptiva como herramienta precisa para identificar patrones de comportamiento en una población determinada y para comprobar las hipótesis se empleó una prueba de T de muestras independientes y una ANOVA de un factor no para métrico con comparación de dos a dos Dwass-Steel-Critchlow-Fligner; para lo cual se usó el software libre Jamovi.

De igual forma, es una investigación aplicada porque tiene por objetivo resolver un determinado problema o planteamiento específico, enfocándose en la búsqueda y consolidación del conocimiento para su aplicación y, por ende, para el enriquecimiento del desarrollo cultural y científico. Se trabaja con la población de 49 estudiantes del noveno año básico de la Unidad Educativa Particular Raffaello Santi de la ciudad de Portoviejo divididos en 2 grupos, el paralelo “A” de 25 estudiantes conforma el grupo experimental y el “B” con 24 estudiantes hacen el grupo de control.

Resultados y discusión

El enfoque pedagógico del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele permite identificar distintos modos de razonamiento geométrico y ofrece directrices específicas para fomentar el desarrollo de niveles más avanzados de pensamiento en este campo. Al aplicar este modelo, los educadores se enfrentan inicialmente a la tarea de evaluar el nivel individual de comprensión y aplicación de conceptos geométricos de cada estudiante. Esta evaluación permite describir cómo progresa el razonamiento geométrico de cada alumno tras la implementación de las actividades planificadas en el currículo.

El modelo de Van Hiele enfatiza la importancia del desarrollo del lenguaje, ya que este desempeña un papel crucial en el paso de un nivel a otro. Por ello, los educadores deben diseñar actividades que brinden a los estudiantes la oportunidad de expresar sus ideas matemáticas en un entorno que les permita aprender de sus errores y mejorar su uso del lenguaje matemático.

Con el fin de evaluar la efectividad del Modelo de Van Hiele, se llevó a cabo una investigación basada en el test de Jaime & Gutiérrez. Los resultados obtenidos en este estudio muestran los diferentes grados de adquisición por nivel de razonamiento, según lo expresado por los docentes participantes.



Tabla 1: Nivel 0 (Visualización o reconocimiento)- Van Hiele.

Pregunta 1: En un triángulo, el ángulo recto se encuentra en:				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) El lado más largo.	5	2	21 %	8%
b) El lado más corto.	15	14	63%	56%
c) Cualquier lado del triángulo.	2	4	8%	16%
d) No se puede determinar.	2	5	8%	20%
TOTAL	24	25	100%	100%
Pregunta 2: De los siguientes triángulos cual es un triángulo rectángulo:				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) 	1	1	4%	4%
b) 	0	1	0%	4%
c) 	23	22	96%	88%
d) 	0	1	0%	4%
TOTAL	24	25	100%	100%

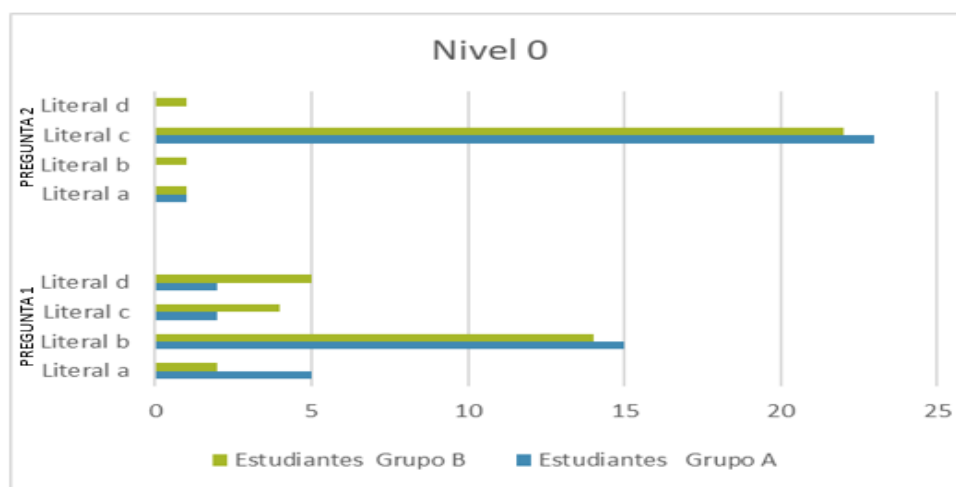


Figura 1. Muestra el conocimiento adquirido en el grupo A, comparando con el grupo B.

La enseñanza de la geometría es un desafío, por lo cual Van Hiele ha planteado una serie de momentos en los cuales el estudiante logra obtener un aprendizaje significativo, a través de pautas y recursos empleados, al implementar este modelo de enseñanza en la primera pregunta que enmarca el nivel inicial “cero”, la misma que fue acerca de reconocer la ubicación de un ángulo recto en triángulo se obtiene que en el grupo A el 63% de los estudiantes, optó por la alternativa “el lado más corto” y el grupo B con un 56%, eligió de igual manera la opción “el lado más corto”, sin embargo en la segunda pregunta correspondiente al nivel cero, es una pregunta de observación donde se consultó acerca de determinar cuál de los triángulos corresponde a un triángulo rectángulo, a lo cual el grupo A, optó por la alternativa C, cuya imagen es un triángulo rectángulo,

con un 96%; y en el grupo B la mayoría escogió la misma alternativa pero con un porcentaje promedio de 88%.

Los resultados indican que el grupo A optó mayormente por las respuestas correctas, sin embargo, el grupo B también escogió las mismas opciones en su mayoría, pero con porcentajes inferiores, es decir que ambos salones dominan y son capaces de reconocer los triángulos rectángulos, tanto en imágenes como en breves descripciones del mismo, por lo tanto, al ser el nivel inicial es normal que en ambos casos los estudiantes dominen este tema. Según Gutiérrez y Jaime (1991) “Desde el punto de vista metodológico, es necesario resaltar que hay que contemplar las actividades dentro del contexto de la secuencia concreta en la que se encuentran actividades para utilizar en distintas fases”(p. 14), resaltando la importancia de que el docente implemente distintos métodos para captar la atención del estudiante y mejorar su rendimiento, en el caso del primer nivel es sumamente básico pero, al adquirir nuevas competencias es importante implementar estrategias.

Tabla 2. Nivel 1

Pregunta 3: De las siguientes proposiciones ¿Cuál es la relación que existe entre de lados de un triángulo rectángulo, según el teorema de Pitágoras?				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) La hipotenusa es igual a la suma de los lados o catetos.	4	3	16%	12%
b) Al sumar los lados o catetos su resultado es mayor que la hipotenusa.	2	7	8%	28%
c) La suma de los cuadrados de los catetos es igual a la hipotenusa al cuadrado.	16	10	68%	40%
d) La suma de los lados o catetos es mayor que elevar la hipotenusa al cuadrado.	2	5	8%	20%
TOTAL	24	25	100%	100%
Pregunta 4: De las siguientes proposiciones identifique la relación que existe entre los catetos y la hipotenusa.				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) La suma de los catetos o lados es igual a la hipotenusa	20	15	84%	60%
b) La resta de los catetos o lados es igual a la hipotenusa	1	5	4%	20%
c) La hipotenusa es mayor que el cateto opuesto	1	3	4%	12%
d) La hipotenusa es menor que el cateto adyacente	2	2	8%	8%
TOTAL	24	25	100%	100%
Pregunta 5: De las siguientes afirmaciones identifique una propiedad del Teorema de Pitágoras:				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) El lado opuesto al ángulo recto (90°) es la Hipotenusa.	21	12	88%	48%
b) El lado adyacente al ángulo recto (90°) es la Hipotenusa.	2	3	8%	12%
c) El lado opuesto al ángulo agudo de 30° es la Hipotenusa.	0	0	0%	0%
d) Ninguna de las proposiciones es correcta.	1	10	4%	40%
TOTAL	24	25	100%	100%



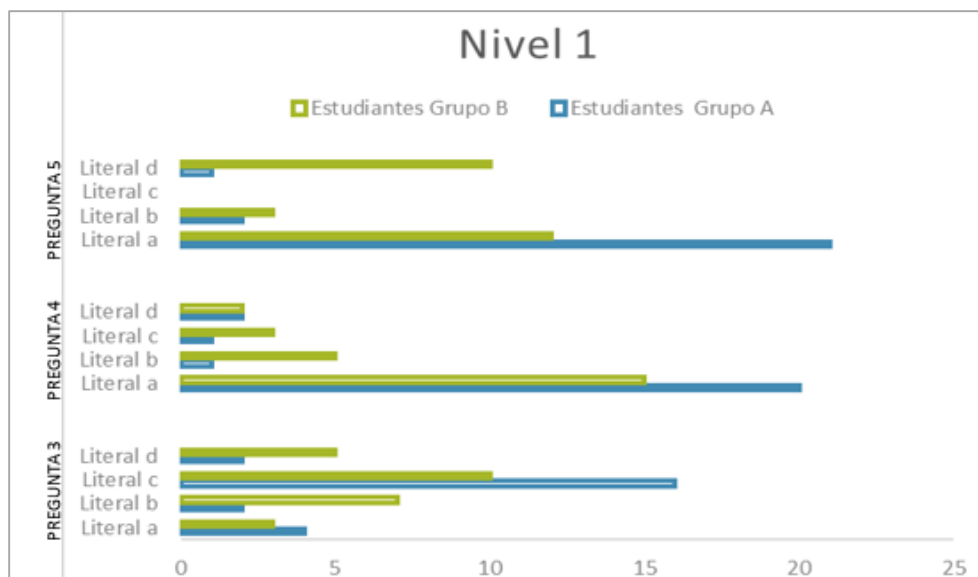


Figura 2. Muestra los resultados de los dos grupos de estudiantes en las interrogantes 3, 4 y 5.

Con base en los resultados la sección que representa el nivel 1 se establecieron tres preguntas para evaluar el conocimiento adquirido de los estudiantes, la primera pregunta “¿Cuál es la relación que existe entre de lados de un triángulo rectángulo, según el teorema de Pitágoras?” donde el Grupo A optó el 68% por la opción de c) La suma de los cuadrados de los catetos es igual a la hipotenusa al cuadrado y el grupo B el 40% por la misma opción, dado a que los estudiantes en su mayoría reconocen la relación de lados y el triángulo rectángulo, para la pregunta 4 se evaluó: “De las siguientes proposiciones identifique la relación que existe entre los catetos y la hipotenusa” donde el Grupo A el 84% seleccionó el literal a) “La suma de los catetos o lados es igual a la hipotenusa”, al igual que la mayoría del Grupo B pero con un 60%, y finalmente la pregunta 5 “De las siguientes afirmaciones identifique una propiedad del Teorema de Pitágoras” donde el grupo A el 88% eligió la opción a) El lado opuesto al ángulo recto (90°) es la Hipotenusa y la mayoría del grupo B representado por un 48% por el mismo literal. A este punto se visualiza que los estudiantes en su mayoría optaron por las respuestas correctas, sin embargo, entre el grupo A y B existe una diferencia entre el porcentaje de asertividad que tienen siendo el Grupo A con un nivel más alto en la identificación de características principales de un Triángulo rectángulo con relación al teorema de Pitágoras.

Tabla 3. Nivel 2

Pregunta 6: ¿Cuál de las afirmaciones permite demostrar que un triángulo es rectángulo mediante el teorema de Pitágoras?				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) Al sumar los cuadrados de los catetos o lados el resultado es igual que elevar la hipotenusa al cuadrado, entonces el triángulo es rectángulo.	22	12	92%	48%



b) Un triángulo es rectángulo si la adición de los catetos es igual a la hipotenusa.	1	6	4%	24%
c) Si al restar los cuadrados de los catetos se obtiene la igualdad que, al elevar la hipotenusa al cuadrado, entonces es un triángulo rectángulo.	1	2	4%	8%
d) Mediante el Teorema de Pitágoras no se puede demostrar que un triángulo es rectángulo.	0	5	0%	20%
TOTAL	24	25	100%	100%

Pregunta 7: Para encontrar el lado “a” que falta del triángulo rectángulo ¿Cuál de las siguientes fórmulas es la correcta? Tomando en consideración que a y b son catetos.

Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) $a^2 = b^2 + c^2$	0	2	0%	8%
b) $a^2 = b^2 - c^2$	0	0	0%	0%
c) $a^2 = b^2 + c$	0	3	0%	12%
d) $a^2 = c^2 - b^2$	24	20	100%	80%
TOTAL	24	25	100%	100%

Pregunta 8: Seleccione la respuesta correcta acerca del Teorema de Pitágoras:

Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) Se utiliza para calcular los lados de un triángulo escaleno.	0	4	0%	20%
b) Permite calcular la longitud de un lado de un triángulo isósceles.	0	2	0%	8%
c) Permite relacionar los ángulos de un triángulo rectángulo.	2	11	8%	44%
d) Permite identificar la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, conociendo las medidas de los catetos.	22	8	92%	32%
TOTAL	24	25	100%	100%



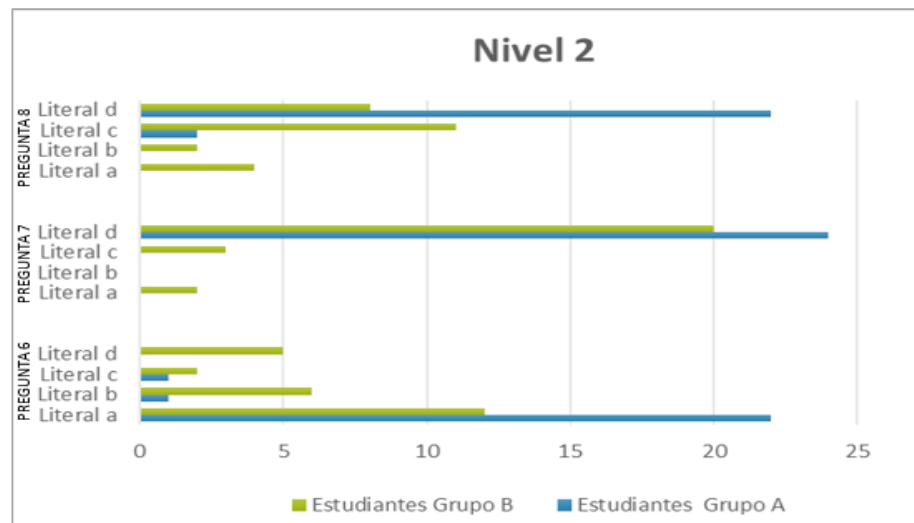


Figura 3. Muestra el nivel en que se encuentran los estudiantes clasificados en los dos grupos analizados.

Considerando la metodología de Van Hiele, el Nivel 2 se encuentra enmarcado a ordenar y clasificar, donde los estudiantes son capaces de reconocer, analizar e identificar propiedades que caracterizan a un objeto en particular, en este caso se trabajó con el Teorema de Pitágoras y en relación a este nivel se aplicaron las siguientes preguntas: Pregunta 6 “¿Cuál de las afirmaciones permite demostrar que un triángulo es rectángulo mediante el teorema de Pitágoras?”; a lo que el Grupo A y B en su mayoría escogieron la opción a) “Al sumar los cuadrados de los catetos o lados el resultado es igual que elevar la hipotenusa al cuadrado, entonces el triángulo es rectángulo”, con una diferencia entre sus porcentajes siendo el 92% el grupo A y 48% el grupo B, para la Pregunta 7: “Para encontrar el lado “a” que falta del triángulo rectángulo ¿Cuál de las siguientes fórmulas es la correcta? Tomando en consideración que a y b son catetos.” A lo que la mayoría del Grupo A y B optaron por la respuesta d) " $a^2 = c^2 - b^2$ "; siendo el grupo A una totalidad del 100% y el grupo B el 80% de respuestas afirmativas, sin embargo en la Pregunta 8: “Seleccione la respuesta correcta acerca del Teorema de Pitágoras:” La mayoría del grupo A optó por la respuesta d) “Permite identificar la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, conociendo las medidas de los catetos” obteniendo el 92% con la respuesta correcta pero el grupo B su mayoría escogió la respuesta c) “Permite relacionar los ángulos de un triángulo rectángulo” representado por un 44% sin embargo es una respuesta incorrecta, luego de interpretar las respuesta obtenidas se puede analizar que en este caso el nivel 2 mayormente si fue adquirido por los estudiantes donde se observan que los estudiantes son capaces de reconocer, analizar e identificar las propiedades principales del Teorema de Pitágoras, pero en este caso el grupo A domina considerablemente el tema en este nivel.

Tabla 4. Nivel 3

Pregunta 9: De un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 5 cm, y un cateto mide 3 cm. Identifique la respuesta correcta:				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B



a) 9 cm.	1	2	4%	8%
b) 7 cm	1	3	4%	12%
c) 4 cm	20	20	84%	40%
d) 2cm	2	10	8%	40%
TOTAL	24	25	100%	100%
Pregunta 10: De las siguientes situaciones presentadas en cuál de ellas se puede aplicar el Teorema de Pitágoras.				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) Para calcular el perímetro de un triángulo escaleno.	0	4	0%	16%
b) Para encontrar la medida de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo.	0	12	0%	48%
c) Para determinar la altura de un triángulo rectángulo, conociendo la hipotenusa y el cateto adyacente.	23	8	96%	32%
d) Para calcular la suma de los ángulos de un triángulo rectángulo.	1	1	4%	4%
TOTAL	24	25	100%	100%

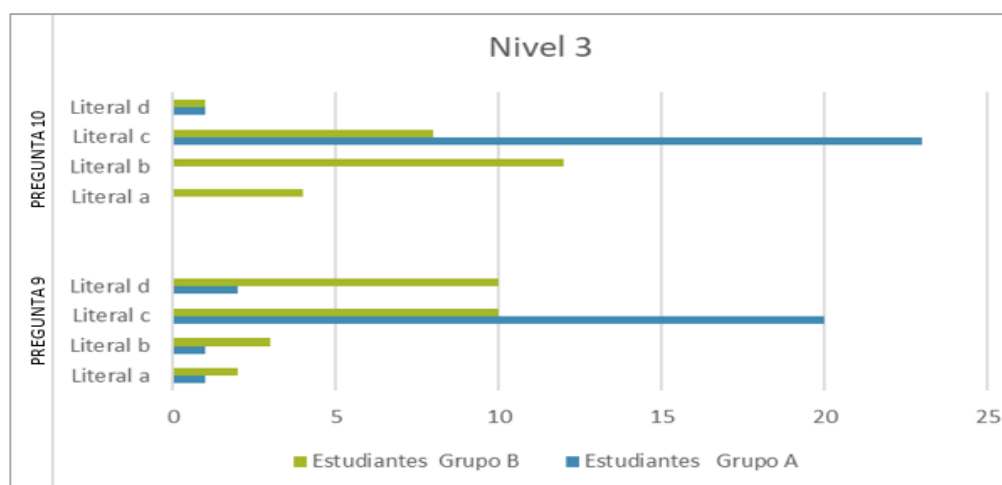


Figura 4. Muestra el resultado de la interrogante 9 y 10, estableciendo el nivel 3 de los estudiantes.

El Nivel 3 de Van Hiele se basa en la deducción formal, donde los estudiantes utilizan los argumentos lógicos en la solución de problemas, dado que en este nivel han adquirido conocimiento sólido de las propiedades, de los teoremas y fórmulas a utilizar para deducir las medidas y resolver problemas lógicos, por ello se realizó las siguientes preguntas: Pregunta 9: “De un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 5 cm, y un cateto mide 3 cm. Identifique la respuesta correcta” a lo que la mayoría de los estudiantes del grupo A y B optaron por la respuesta “c) 4 cm” donde el grupo A obtuvo el 84% y el grupo B un 40%. Y la pregunta 10: “De las siguientes situaciones presentadas en cuál de ellas se puede aplicar el Teorema de Pitágoras.”, misma que está dedicada a la deducción formal de cómo utilizar el teorema de Pitágoras en una situación planteada, por ende la mayoría de los estudiantes del grupo A escogió la respuesta “c) Para determinar la altura de un triángulo rectángulo, conociendo la hipotenusa y el cateto adyacente” equivalente al 96%, de la respuesta correcta, pero el grupo B optó en su mayoría por una respuesta incorrecta que es la “b) Para encontrar la medida de un

ángulo agudo en un triángulo rectángulo” con un 48% de aceptación. En este nivel de deducción formal donde el estudiante logra vincular el contenido con un contexto de aplicación, para el grupo en que fue aplicada la propuesta pedagógica fue mucho más sencillo responder de forma correcta a las interrogantes planteadas debido a que en esos grupos se utilizó material concreto y una serie de elementos que llevaron a obtener un buen nivel de aprendizaje, sin embargo el grupo B que utilizó la enseñanza tradicional ya se observa que no domina este nivel debido a los bajos promedios asertivos que se obtuvieron en la tabulación de datos, no obstante algunos estudiantes de forma lógico optaron por la respuesta correcta, pero no fue su mayoría. Según Falconi (2021) “El Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele facilita la oportunidad de reconocer las diferentes formas de razonamiento geométrico, al igual que las modelos a seguir con la finalidad de alcanzar niveles más altos de razonamiento” (p. 5).

Tabla 5. Nivel 4

Pregunta 11: En un rectángulo ABCD, se conoce que el segmento AB es la base y mide 12 cm, la altura del rectángulo es de 4 cm, se desea conocer el valor de la diagonal que pasa por el rectángulo uniendo los puntos de base opuestos.				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) 11	2	4	8%	16%
b) $\sqrt{160}$	19	10	84%	40%
c) $\sqrt{148}$	1	0	4%	0%
d) 16	2	11	8%	44%
TOTAL	24	25	100%	100%
Pregunta 12: Lucas se encuentra a 15 metros de un edificio y lanza su pelota en línea recta, la misma que alcanza una altura de 10 metros del edificio. ¿Cuál es la trayectoria que ha recorrido el balón?				
Opciones	Estudiantes		Porcentaje	
	Grupo A	Grupo B	Grupo A	Grupo B
a) 13	0	5	0%	20%
b) $\sqrt{270}$	2	3	8%	12%
c) $\sqrt{325}$	18	3	75%	12%
d) 5	4	14	16%	56%
TOTAL	24	25	100%	100%



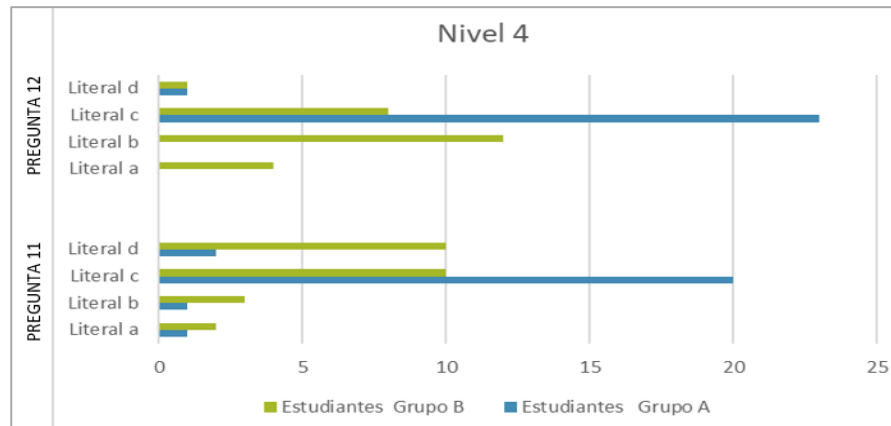


Figura 5. Muestra los resultados de las interrogantes 11 y 12 realizadas a los dos grupos

El nivel 4 de Van Hiele, trabaja el rigor, de manera que en este nivel los estudiantes expresan de forma precisa los contenidos adquiridos a través de la metodología aplicada, son capaces de utilizar notación científica de forma idónea acorde a los problemas presentados y su argumentación está enmarcada en bases de teoremas y demostraciones lógicas, por ello se realizaron preguntas de opción múltiple sin embargo la justificación de la pregunta es evaluada de manera cualitativa, entre las preguntas tenemos: Pregunta 11: “En un rectángulo ABCD, se conoce que el segmento AB es la base y mide 12 cm, la altura del rectángulo es de 4 cm, se desea conocer el valor de la diagonal que pasa por el rectángulo uniendo los puntos de base opuestos” Grupo A con un 84%, eligió la respuesta correcta “b) $\sqrt{160}$ ” y grupo B con un 44% optó por la respuesta d) 16 44%, misma que es incorrecta.

Por otro lado se encuentra Pregunta 12 enmarcada en situaciones reales que dice: “Lucas se encuentra a 15 metros de un edificio y lanza su pelota en línea recta, la misma que alcanza una altura de 10 metros del edificio. ¿Cuál es la trayectoria que ha recorrido el balón?” a lo que el Grupo A con un 75% optó por la opción correcta “c) $\sqrt{325}$ ” y el grupo b su mayoría con un 56% escogió la respuesta d) 5”. El nivel de rigor, es un nivel que por lo general es adquirido por estudiantes de bachillerato sin embargo en el grupo experimental se realizaron fichas de trabajo donde se enfocó en las situaciones de la vida cotidiana y esto motivó a los estudiantes a fundamentar sus respuestas, a buscar los teoremas necesarios y a aplicar notación matemática rigurosa, mientras que al grupo no experimental que es el grupo B, las relaciones de los teoremas matemáticos con alguna situación o problema se dificulta, debido a que la mayoría de estudiantes son capaces de llegar al nivel 2 y 3 cuando se utilizan metodología de enseñanza tradicional.

Según Aray (2019) “La importancia de que la geometría se siga impartiendo en el nivel secundario radica en el hecho de que se trata de una ciencia que puede proveer de importantes herramientas sobre cómo se construyen los conocimientos en matemática” (p. 12). Por lo cual, es un factor muy importante el cómo se enseña para obtener resultados, en este caso el claro ejemplo al aplicar otro tipo de metodología en la enseñanza el promedio de aprendizaje obtenido fue muy bueno.

En la actividad de comprobar las hipótesis, los resultados de la prueba T para muestras independientes arrojó los siguientes resultados:



Prueba T para Muestras Independientes						
Prueba T para Muestras Independientes						
		Estadístico	gl	p	Diferencia de medias	EE de la diferencia
A	T de Student	7.85	47.0	< .001	2.95	0.376
Nota. $H_a: \mu_A \neq \mu_B$						

Figura 6. Resultados de la prueba t para muestras independientes.

La figura 6 muestra los resultados de la prueba t para muestras independientes. El valor del estadístico de la prueba t es 7.85, los grados de libertad (gl) son 47.0, el valor p obtenido es menor que 0.001 ($p < 0.001$), lo que indica una significancia estadística muy alta. Estos resultados sugieren que hay una diferencia significativa entre las medias de los dos grupos analizados, A y B.

Para comprobar cuál de las dos medias es la más alta y así poder comprobar las hipótesis se efectuó una prueba ANOVA, que dio los siguientes resultados:

ANOVA de Un Factor (No paramédico)

Kruskal-Wallis

	χ^2	gl	p	ϵ^2
A	29.0	1	< .001	0.605

Comparaciones dos a dos Dwass-Steel-Critchlow-Fligner

Comparaciones entre parejas - A

		W	p
A	B	-7.62	< .001

Figura 7. Resultados de la prueba ANOVA.

En la prueba de Kruskal-Wallis, se compara la distribución de una variable entre más de dos grupos independientes. En este caso, el estadístico chi-cuadrado (χ^2) es 29.0, con 1 grado de libertad (gl), y el valor p es menor que .001, lo que indica que hay diferencias significativas entre al menos dos de los grupos.

El valor de ε^2 es 0.605, lo que indica una considerable magnitud del efecto de las diferencias entre grupos en relación con la varianza total. Después, al realizar comparaciones post hoc utilizando Dwass-Steel-Critchlow-Fligner, se observan diferencias significativas entre los pares A y B, con un valor de W de -7.62 y un valor p menor que .001. Esto confirma que el grupo experimental ha logrado un mejor desempeño académico y un razonamiento geométrico superior.

Conclusiones

Mediante la investigación se buscó proporcionar herramientas para el docente que le permitan conocer cómo se manifiestan los distintos niveles en sus alumnos, con el fin de que pueda adecuar sus tareas para el desarrollo de su conocimiento geométrico. Obteniendo resultados satisfactorios para la investigación, puesto que se pudo determinar que El grupo A tiene un rendimiento académico mejor en comparación con el grupo B tanto en términos de media como de dispersión de las notas. Por lo que la distribución de las notas del grupo A están más sesgadas hacia la izquierda, mientras que las del grupo B están más sesgadas hacia la derecha. Por todo esto se puede concluir que se comprueba la hipótesis que la aplicación del método de Van Hiele mejora el razonamiento geométrico en los estudiantes.

Es importante tener en cuenta que el uso de este modelo, en muchos casos puede diferir con el sistema tradicional de evaluación proporcionado por el Ministerio de Educación del Ecuador; sin embargo, está en el docente implementar estrategias que le permita conocer el nivel de preparación de sus estudiantes y qué tipo de didácticas es mejor utilizar para la enseñanza aprendizaje de la geometría, a fin de obtener los resultados deseados al final del ciclo académico. Se concluye que el nivel de razonamiento de los estudiantes no debe deducirse de los puntos que conteste, sino más bien del proceso que realizó y la forma en que cada uno relaciona los problemas presentados para obtener una mejor respuesta. Claro está que los resultados acertados establecen el nivel de adquisición científica, sin embargo, el razonamiento es un aspecto fundamental en cada uno de los estudiantes, lo que les permitirá en un futuro tomar mejores decisiones en su ambiente personal o laboral.

Referencias

- Acosta, Maldonado, & Vidal. (2020). Impacto y recomendaciones de clase invertida en el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría. Formación universitaria, 3-10. Obtenido de <https://scielo.conicyt.cl/pdf/formuniv/v13n3/0718-5006-formuniv-13-03-3.pdf>
- Alarcón, N. (2018). La enseñanza de la epistemología y estrategias de abordaje para el aula. Historia Regional. Sección Historia., 1-10. Obtenido de <http://rephip.unr.edu.ar/bitstream/handle/2133/18153/232-Texto%20de%20art%c3%adculo-1292-1-10-20180607.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- Aray, C. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario. Dialnet, 23.
- Aray, C., Guerrero, Y., Montenegro, L., & Navarrete, S. (2020). La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. ReHuSo, 5(2), 62-69. Retrieved from <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Rehuso/article/view/2377/2542>





- Avila, G. E. L., & Andrade, C. A. A. (2023). Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*, 5(5), 386-400
- Ávila, M. (2020). El teorema de Pitágoras en el marco del modelo de van hiele: propuesta didáctica para el desarrollo de competencias en razonamiento matemático en estudiantes de noveno grado de la institución educativa Anna Vitiello. *Zona Próxima*, 33-62. Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/zop/n30/2145-9444-zop-30-33.pdf>
- Báez, R. (2017). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL. *Enseñanza de la Matemática*, 12(6), 67-87.
- Chavarría, N. (2020). Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica. *Investigación Valdizada*, 85-95. Obtenido de <http://revistas.unheval.edu.pe/index.php/riv/article/view/587/590>
- Falconi, X. (2021). Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría. *Polo del Conocimiento*, 2275.
- Gutierrez, & Jaime. (1991). El modelo de Razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: Los Giros. *Educación Matemática*, 49.
- Gutiérrez, R. P. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Revista Scielo*, 29(2), 37-68.
- Paredes, Z. I. (2007). Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes. *Revista de Enseñanza de la Matemática*, 87-107. vol 17. .
- Prieto, J. O. (2019). Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Revista Scielo. Universidad Estatal Paulista*, 33(2), 1276-1304.
- Sarrín, M. (2019). Rotaciones y niveles de razonamiento, según el modelo de Van Hiele: resultados de una experiencia. *Educación*, 127-158. Obtenido de http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S1019-94032019000100007&script=sci_arttext
- Vargas, G. G. (2013). EL modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. *Revista UNICIENCIA*, 27(1), 74-94.

